УДК 005.521

ПРИЁМЫ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВОГО РИСКА

И.Ю. Выгодчикова

Саратовский государственный университет
E-mail: VigodchikovaIY@info.sgu.ru

Статья посвящена математическим методам оценки финансовых рисков. Исследуются статистические приёмы, основанные на оценке степени колебаний финансовых показателей, приводится анализ взвешенных сроков финансовых инструментов. Предлагается приём расчёта указанных показателей для портфеля финансовых активов. Рассматривается задача равномерного снижения риска портфеля.
Ключевые слова: финансовые активы, доходность, риск, дюрация, портфельное инвестирование.

The Mathods of Financial Risk's Valuing

I.Yu. Vigodchikova

This paper is devoted to the financial risk's valuing by mathematics' methods. Is studied statistic's methods based at valuing financial indexes fluctuation's scale. The weighted periods of financial instruments are analyzed. Is suggested the index's calculation for financial portfolio. Considered the problem of uniform portfolio risk's minimizing.
Key words: financial asserts, profitability, risk, duration, portfolio investment.

Поскольку любое инвестиционное решение сопряжено с риском потерь доходов, то этот риск необходимо так или иначе учитывать. К наиболее простым измерителям риска относят меры, характеризующие только неопределённость. Традиционно и вполне обоснованно неопределённость характеризуют с помощью показателя «волатильность» (изменчивость, неустойчивость во времени финансового показателя, например, рыночных цен акций, дохода), которую измеряют с помощью стандартного, или среднеквадратического отклонения, дисперсии и коэффициента вариации. Также рассматриваются показатели, характеризующие **средневзвешенные сроки действия финансового инструмента**.

При прочих равных условиях бóльшим риском обладает инструмент с бóльшим сроком. Однако непосредственное сравнение сроков финансовых инструментов с фиксированным поступлением доходов, типичным представителям которых являются облигации, далеко не всегда приведёт к правильным результатам, поскольку здесь не учитываются особенности распределения (профиль) поступлений денег во времени. Для учёта этого фактора – распределения сумм погашения обязательства во времени – применяют средний срок поступлений (*average life*), который обобщает сроки поступлений денег от инструмента (без учёта процентных платежей) в виде средней взвешенной арифметической величины. В качестве весов берутся суммы поступлений.

Средний срок поступлений для инструмента с фиксированными доходами находят по формуле

$$T_a = \frac{\sum_{t=1}^{n} tS_t}{\sum_{t=1}^{n} S_t}, \qquad (1)$$

где n – общий срок инструмента, t – сроки платежей, S_t – суммы поступлений (без купонного дохода).

Целесообразно учитывать ценность денег во времени. Весовыми коэффициентами считаются дисконтированные суммы поступлений, и рассматривается эквивалентный срок инструмента:

$$T_e = \frac{\sum_{t=1}^{n} tS_t v^t}{\sum_{t=1}^{n} S_t v^t}, \qquad (2)$$

где n – общий срок инструмента, t – сроки платежей, $S_t v^t$ – дисконтированные суммы поступлений, $v^t = (1+r)^{-t}$ – дисконтирующий множитель по ставке r на срок t. Ввиду того, что $r > 0$, $T_e < T_a$.

<u>Пример 1.</u> Найдём 2 варианта среднего взвешенного срока поступлений по обязательству, которое обеспечивает поступление денег через 2, 3 и 5 лет в размерах 100, 100 и 400 тыс. руб. Находим

$$\sum_t tS_t = 2500, \ \sum_t S_t = 600.$$

Средний срок поступления T_a составит 4.17 года. Если рыночная ставка $r = 16\%$, то с учётом потери стоимости денег во времени получаем

$$\sum_t tS_t \cdot 1.16^{-t} = 1293, \ \sum_t S_t \cdot 1.16^{-t} = 329.$$

Средний эквивалентный срок поступления T_e составит 3.93 года.

Вариант среднего срока, широко распространённый в современной практике измерения финансового риска, получил название дюрация (*duration*)[1]. Дюрация – это эквивалентный срок, при расчёте которого учитываются все поступления, включая проценты. Понятие «дюрация» (англ. duration – длительность) впервые было введено американским учёным Фредериком Маколи в 1938 г. Этот показатель играет важную роль при анализе долгосрочных ценных бумаг с фиксированным доходом. Дюрация применяется в качестве одного из косвенных подходов к количественной оценке риска долговых инструментов. При расчёте дюрации по облигациям в качестве процентной ставки часто выбирается внутренняя норма доходности.

Оценка внутренней стоимости облигаций[2] обычно производится на основании дисконтирования всех доходов, которые она принесёт:

$$P_{\text{вн}} = \sum_{t=1}^{n} \frac{d_{\text{куп},\,t}}{(1+r)^t} + \frac{P_{\text{н}}}{(1+r)^n}. \qquad (3)$$

Здесь n – число лет, которые остаются до погашения бумаги (например, если облигация выпущена на 10 лет, а 7 лет уже прошло, то следует взять $n = 3$); $d_{\text{куп},\,t}$ – годовой купонный доход; r – доходность по альтернативному варианту (или доходность до погашения облигации); $P_{\text{н}}$ – номинальная цена.

Доходность по облигациям[3] характеризуют показателями текущей доходности, доходности к погашению и обещанной (внутренней) доходности.

Текущая доходность облигаций с фиксированной ставкой купона определяется по формуле

$$D_{\text{тек}} = \frac{d_{\text{куп}}}{P},$$

где P – текущая рыночная цена облигации.

Доходность к погашению (валовая доходность) представляет собой годовую доходность, которую обеспечит себе инвестор, если, купив облигацию, продержит её до погашения:

$$D_{\text{пог}} = \frac{d_{\text{куп}} + (P_{\text{н}} - P)/n_{\text{пог}}}{P},$$

где $d_{\text{куп}}$ – купонный доход за 1 год, $P_{\text{н}}$ – номинал, P – текущая рыночная цена, $n_{\text{пог}}$ – число лет до погашения.

Для расчёта внутренней нормы доходности по облигациям $r_{\text{об}}$ внутреннюю стоимость приравнивают к текущей рыночной цене и решают уравнение[4]

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{d_{\text{куп},\,t}}{(1+r_{\text{об}})^t} + \frac{P_{\text{н}}}{(1+r_{\text{об}})^n}. \qquad (4)$$

При расчете дюрации D_M часто используют условие равенства текущей рыночной цены и внутренней стоимости облигации, т.е. в качестве процентной ставки рассматривают внутреннюю норму доходности по облигации:

$$D_M = \frac{\sum_{t=1}^{n} t\, S_t v^t}{P}. \qquad (5)$$

Здесь P – рыночная цена облигации, $\nu = (1+r_{\text{об}})^{-1}$.

Для портфеля, состоящего из финансовых активов с фиксированным доходом (например, из облигаций), дюрация находится как средняя взвешенная величина дюраций составляющих портфеля:

$$D_M = \sum_{i=1}^{n} \theta_i D_{M,i}, \qquad (6)$$

где n – число видов активов, θ_i – удельный вес i-го актива в стоимости портфеля, $D_{M,i}$ – дюрация этого актива.

Дюрация портфеля может быть вычислена и по предыдущим формулам. Нужно лишь сопоставить суммы поступлений по всем составляющим портфеля с учётом их сроков.

При оценке стоимости облигаций важно установить зависимость между изменением цены облигации и изменением процентных ставок за определённый период. Изменение цены облигации зависит от размера купона и периода времени, оставшегося до погашения. Наиболее изменчивыми по цене являются облигации с низким купоном, а наименее изменчивыми – краткосрочные облигации с высоким купоном.

Критериями чувствительности облигаций к уровню процентных ставок являются модифицированная дюрация Маколи и критерий «одна восьмая».

Модифицированная дюрация является показателем чувствительности цены облигации к уровню рыночной процентной ставки r и находится по формуле

$$D_M{}^* = \frac{D_M}{1 + \frac{r}{m}},$$

где m – число выплат купонных доходов в году. В частности, для выплаты купона 1 раз в году, получаем

$$D_M{}^* = \frac{D_M}{1+r}.$$

<u>Пример 2.</u> Приведём расчёт дюрации по облигации внутреннего валютного займа 7-й серии, выпущенной в 14.05.96 г., первая выплата купона по которой была произведена 14.05.97 по ставке 3%. Цена погашения равна номиналу (100 руб.), купон выплачивается 1 раз в год. Цена покупки (в день выпуска) 34.75 руб.

Рассчитывем внутреннюю доходность, решая уравнение:

$$34{,}75 = \sum_{i=1}^{15} \frac{3}{(1+r_{\text{об}})^i} + \frac{100}{(1+r_{\text{об}})^{15}}.$$

Получаем $r_{\text{об}}$ =13.2%. Рассчитаем дюрацию, дисконтировав поступления по ставке 13.2% (используем формулу (5)):

$$D_M = 344.9/34.75 \approx 9.93 \cdot$$

При норме доходности $r = 12\%$ модифицированная дюрация D_M^* составит

$$9.93/1.12 \approx 8.86.$$

Используя полученное значение модифицированной дюрации, оценим влияние на цену облигации предполагаемого повышения рыночной процентной ставки с 12 до 12.5% при P = 34.75. Используем формулу:

$$\Delta P \approx -PD_M^* \Delta r,$$

$$\Delta P \approx -34.75 \cdot 8.86 \cdot (0.125 - 0.12) =$$

$$= -1.5398 \text{ р.}$$

К простым статистическим мерам риска, характеризующим колебания значений экономической переменной (цены, уровня доходности, процентной ставки и т.п), имевшим место в периоде наблюдения, можно отнести ряд показателей. Наиболее элементарным из них является размах – диапазон значений. Чем шире размах, тем ситуация более неопределённая и, вероятно, выше риск. Очевидно, что для финансового анализа размах мало что даёт, поскольку он определяется только двумя крайними значениями переменной. Мера риска, которая в отличие от размаха обобщает все наблюдавшиеся значения выбранной характеристики, – это волатильность *(volatility)*. В широком смысле под волатильностью понимают изменчивость, вариацию во времени величины финансового или экономического показателя. Волатильность как меру риска обычно характеризуют с помощью широко распространённого статистического параметра – стандартного, или среднего квадратического отклонения (σ).

Другая распространённая статистическая мера изменчивости, функционально связанная со стандартным отклонением, – дисперсия ($D = \sigma^2$). Чем больше стандартное отклонение, или дисперсия, тем, очевидно, выше неопределённость в величине соответствующей характеристики и, следовательно, выше риск. Волатильность в виде стандартного отклонения, или дисперсии, используется как непосредственная мера риска, так и в качестве одной из важнейших величин, применяемых в более сложных методиках измерения риска, например, при определении чувствительности цен облигаций и опционов, а также при расчёте стоимости под риском.

Для сопоставления различных экономических тенденций по степени волатильности удобнее применять относительный показатель – коэффициент вариации.

Целесообразность операций с любым финансовым активом оценивается с помощью двух взаимосвязанных характеристик: доходность – риск. Эту пару часто называют эффективностью.

Степень важности каждой из этих характеристик (приоритет) определяется инвестором в зависимости от целого ряда условий. В некоторых случаях удаётся подобрать структуру портфеля, для которого одна из характеристик зафиксирована, а другая оптимальна.

Доходность портфеля, очевидно, равна средней взвешенной величине[5]:

$$R = \sum_{i=1}^{n} \theta_i R_i , \tag{7}$$

а волатильность (стандартное отклонение портфеля) –

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \theta_i^2 \sigma_i{}^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1+i}^{n} \theta_i \theta_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} , \tag{8}$$

где n – число видов активов, θ_i – доля этого актива в портфеле, R_i – доходность i-го актива, ρ_{ij} – коэффициент парной корреляции между активами i и j.

Для оптимизации портфеля финансовых активов обычно решается задача субоптимизации, то есть фиксируется один критерий (например, минимальная доходность портфеля) и оптимизируется другой (например, квадрат риска). Такую задачу предложил в 1952 г. американский экономист Г. Марковиц[6]. Однако если дисперсию того или иного актива как-то удаётся оценить по историческим данным, то с корреляциями дело обстоит гораздо сложнее. Самым простым способом является пренебрежение корреляционными взаимосвязями в задаче Г. Марковица (коэффициенты парной корреляции считаются равными нулю). В некоторых случаях найти портфель с меньшим реальным риском позволяет следующая задача (равномерного снижения риска).

Пусть θ_i – доли активов n видов, из которых инвестор формирует портфель. Задана желаемая доходность портфеля m_p. По результатам наблюдений за доходностями этих активов найдены оценки их математических ожиданий m_i и дисперсий σ_i^2. Требуется равномерно распределить риски (σ_i) между всеми активами, взвесив их по долям активов в портфеле, за счёт выбора этих долей:

$$\Phi(\theta) := \max_{i,j=1,n,i \neq j} (\sigma_i \theta_i - \sigma_j \theta_j) =$$

$$= \max_{i,j=1,n,i<j} \left| \sigma_i \theta_i - \sigma_j \theta_j \right| \to \min_{\theta \in D} , \tag{9}$$

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n) \in R_+^n : \\ \sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1, \sum_{i=1}^{n} m_i \theta_i = m_p \end{array} \right\}. \tag{10}$$

Решение задачи (9)–(10) имеет строго положительные компоненты. Для случая трёх переменных решение найти достаточно просто.

Пример 3.

$$\Phi(\theta) := \max\left\{\begin{array}{l} \left|\sqrt{0,33}\theta_1 - \sqrt{0,28}\theta_2\right|, \\ \left|\sqrt{0,33}\theta_1 - \sqrt{0,12}\theta_3\right|, \\ \left|\sqrt{0,28}\theta_2 - \sqrt{0,12}\theta_3\right| \end{array}\right\} \to \min,$$

$$1.83\theta_1 + 1.5\theta_2 + 1.3\theta_3 = 1.6,$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1, \quad \theta_1 \ge 0, \quad \theta_2 \ge 0, \quad \theta_3 \ge 0.$$

Результат:

$$\theta^* \approx (0.40154;0.43592;0.162542),$$

$$\Phi\left(\theta^*\right) \approx \mathbf{0.17}.$$

Примечания

1. См.: *Четыркин Е.М.* Финансовые риски. М.: ДЕЛО, 2008. С. 70.
2. *Политковская И.В.* Оценка стоимости ценных бумаг. М.: Академия, 2008. С. 114.
3. См.: *Выгодчикова И.Ю.* Оценка доходности финансовых активов. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. С. 42.
4. *Выгодчикова И.Ю.* Процентный анализ финансовых потоков. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008. С. 29.
5. Финансовая математика: математическое моделирование финансовых операций: Учеб. пособие / Под ред. В.А. Половникова, А.И. Пилипенко. М.: Вузовский учебник, 2007. С. 168.
6. Цит. по: *Дудов С.И.* Оптимальное портфельное инвестирование. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008.