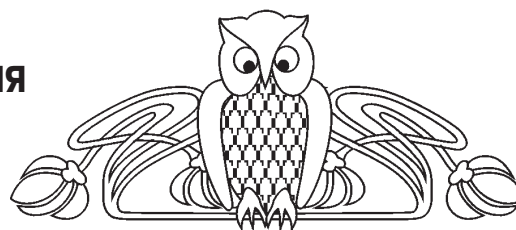


УДК 330.43

## ПРОСТРАНСТВЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПОВ РОСТА ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ГОРОДОВ РОССИИ

**О. С. Балаш**

кандидат экономических наук, доцент,  
декан экономического факультета, кафедра финансов и кредита,  
Саратовский государственный университет  
E-mail: olgalash@mail.ru



**Введение.** Исследование процессов урбанизации, агломерации и темпов роста городов России является весьма актуальным. Однако для пространственно распределенных данных классические методы регрессионного анализа могут давать неверные результаты и выводы, поэтому для пространственно неоднородных данных следует применять специальные методы анализа. **Предварительный анализ.** Проведена группировка городов по численности населения и проанализирована ди-

намика темпов роста численности населения городов России в зависимости от их размера и региона (Европейской части России и Сибири и Дальнего Востока). Построены графики динамики темпов роста городов по численности населения в зависимости от размера городов и регионов. Выявлено, что темпы роста численности населения городов неодинаковы для регионов России. Рассмотрена модель, предложенная Soo, с включенным показателем географического рыночного потен-



циала. Приведены графики, доказывающие зависимость темпов роста городов от географического рыночного потенциала. Проведен эконометрический анализ логарифмов темпов роста городов по численности населения за 2010 г. по сравнению с 2002 г. Показано, что для пространственных данных, для учета всех факторов, влияющих на развитие городов, необходимо использование специальных методов регрессионного анализа. **Метод исследования.** Для проведения статистического анализа данных, имеющих пространственную привязку, используется метод географически взвешенной регрессии. Подробно приводится математическое описание метода географически взвешенной регрессии. Разбираются методы построения матрицы весов, вычисления весовых коэффициентов: административно-территориального деления, движущегося окна, фиксированных и адаптивных ядер. При использовании метода движущегося окна рассматриваются ядра Гаусса, би-квадрат и три-куб. **Обсуждение результатов.** Построена регрессионная модель рыночного потенциала городов России методом географически взвешенной регрессии. Приведена диаграмма рассеивания предсказанного логарифма рыночного потенциала на основе построенной географически взвешенной регрессии. **Ключевые слова:** анализ пространственных данных, метод географически взвешенной регрессии, матрица весов, адаптивные ядра, матрица соседей, ядра Гаусса, ядра би-квадрат, ядра три-куб, метод движущегося окна, географический рыночный потенциал.

## Введение

Исследование развития городов и агломераций России становится все более актуальным. Крупные города являются лидерами социально-экономического развития. Растет значение городов как источников регионального развития и межрегионального взаимодействия. Города являются центрами интеллектуальной и экономической жизнедеятельности людей, в которых концентрируются промышленность, наука, культура, образование. В крупных городах и агломерациях наблюдается экономическая отдача от масштаба, в них концентрируется промышленность, торговля, инновации. Численность населения крупных городов и столиц увеличивается не только за счет естественного прироста, но и за счет притока экономически активного населения из более мелких городов.

В России с ее гигантскими пространствами, расстояниями, климатическими зонами развитие регионов и городов происходит неравномерно. Поэтому для анализа социально-экономических процессов, протекающих на больших территориях, привлекают модели экономической географии и пространственной эконометрики, имеющие пространственную привязку, а также данные геоинформационных систем. Использование специальных методов анализа обусловлено тем, что применение стандартных методов регрессионного анализа к пространственно зависимым или неоднородным

данным сопровождается рядом проблем. Среди них – неустойчивость коэффициентов модели, неправильно исчисленные стандартные ошибки коэффициентов, границы доверительных интервалов и результаты проверки гипотез. Для устранения проблем предложены специальные методы эконометрического анализа, учитывающие пространственную зависимость в регрессионных моделях. Это модели пространственного лага зависимой переменной, независимых переменных или случайного члена [1, 2], а также метод географически взвешенной регрессии (ГВР) [3, 4]. В статье применен метод ГВР к анализу темпов роста городов по численности населения России.

## Предварительный анализ

Рассмотрим темпы роста численности населения городов Европейской части России, Сибири и Дальнего Востока, по данным переписи населения 2002 и 2010 гг., для 1042 городов России (рис. 1). Для этого проведена группировка городов по численности населения: менее 10 тыс. жителей, от 10 тыс. до 30 тыс. чел., от 30 тыс. до 50 тыс. чел., от 50 тыс. до 100 тыс. чел., от 100 тыс. до 300 тыс. чел., от 300 тыс. до 500 тыс. чел., от 500 тыс. до 1 млн чел., от 1 млн чел. и выше. Неравные интервалы вызваны тем, что количество малых городов больше средних и крупных.

Как видно из рис. 1, темпы роста численности населения малых городов существенно ниже, чем у средних и крупных. Для городов с населением от 50 тыс. до 1 млн чел. темпы роста практически постоянны – колеблются в пределах от 100 до 100,2%, в то время как у малых – изменяются от 92 до 100%, у крупных – наблюдается сильный рост от 102 до 109%. Темпы роста городов для Европейской части России и региона Сибири и Дальнего Востока различаются между собой. Так, для городов Европейской части с численностью населения от 100 тыс. до 1 млн чел. темп роста практически одинаков – 102%, в то время как в Сибири и на Дальнем Востоке он достигает своего максимума для городов с численностью населения до 50 тыс., затем рост практически остается постоянным. Для городов Европейской части с населением от 500 тыс. чел. темп роста резко увеличивается до 110%, что характерно и для городов всей России.

Теория экономической географии утверждает, что рыночный потенциал города играет важную роль для привлечения рабочей силы, что положительно влияет на рост городов за счет притока экономически активного населения.

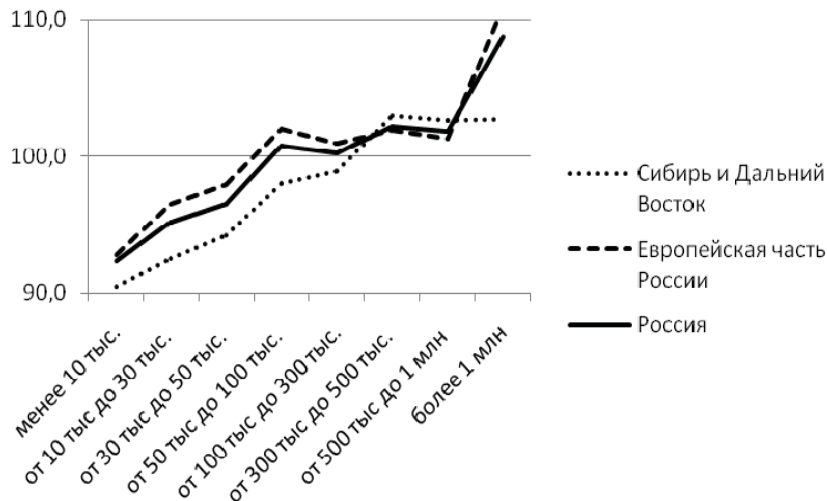


Рис. 1. Изменение темпов роста городов по численности населения в зависимости от размеров города и региона России

К. Соо предложил модель [5], в которой при предположении о независимости темпов роста городов от их размеров включена независимая пространственная переменная, названная географическим рыночным потенциалом:

$$MP_{it} = \sum_{i \neq j} \frac{P_{it}}{D_{it}}$$

где  $D_{it}$  – расстояние между городами  $i \neq j$  в год  $t$ ,  $P_{it}$  – численность населения города  $i$  в год  $t$ .

Потенциал рынка области  $j$  в год  $t$  является суммой численности населения всех городов, взвешенных обратно пропорционально расстоянию от областного центра. Географический

рыночный потенциал отражает существующий потенциал рынка и конкуренции. Малые города, близко расположенные к столицам, Москве и Санкт-Петербургу, имеют наибольший потенциал рынка по двум причинам: они расположены в густонаселенном регионе и имеют больше соседей, чем в больших городах в областях Сибири и Дальнего Востока. Города, расположенные на Камчатке и в районе г. Магадана, имеют самый низкий рыночный потенциал.

Расстояние между городами рассчитывается как расстояние между точками на поверхности Земли по сфере радиуса 6373 км:

$$D = \arctg \left( \frac{\sqrt{(\cos \phi_2 \sin \Delta \lambda)^2 + (\cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Delta \lambda)^2}}{\sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Delta \lambda} \right),$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – долгота и  $\phi_1, \phi_2$  – широта двух точек в радианах,  $\Delta \lambda$  – разность координат по долготе.

Существует тесная зависимость коэффициента эластичности темпа роста городов России по численности населения ( $\lgrow12$ ) и логарифма рыночного потенциала ( $\lgrow2$ ) (рис. 2) – города с большим рыночным потенциалом быстрее растут.

Оцениваемая регрессионная модель имеет вид

$$\ln(\text{grow})_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(\text{Population})_i + MP_i + \varepsilon_i, \quad (1)$$

где  $\ln(\text{grow})$  – логарифм темпа роста городов по численности населения,  $\ln(\text{Population})$  – логарифм численности населения базисного года,  $MP_i$  – рыночный потенциал,  $\varepsilon_i$  – случайная ошибка.

Для эмпирического анализа были использованы данные переписи населения для 1042 городов и поселков городского типа России. Для вычисления темпа роста численности населения  $\text{grow}$  взяты данные переписи 2002 и 2010 гг.

Результаты вычисления представлены в таблице.

Оценка коэффициентов регрессии (1), по данным переписей населения 2002 и 2010 гг.

Независимые переменные	Коэффициенты	t-значение
Логарифм численности населения 2002 г.	0,0250911	0,029
Рыночный потенциал	0,0360094	8,59
Константа	-1,03391	0,00

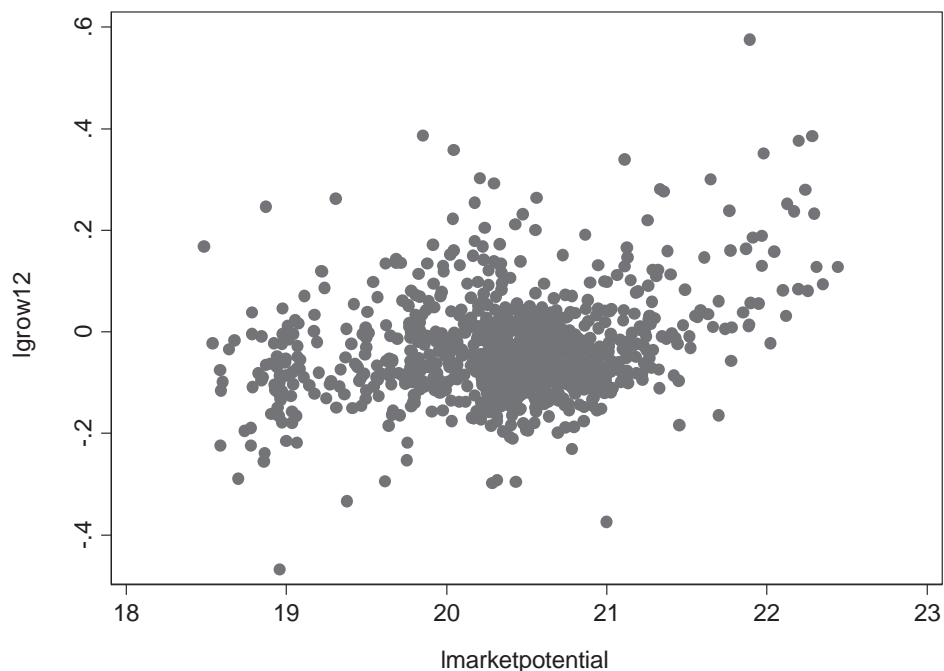


Рис. 2. Зависимость логарифма темпов роста городов по численности населения от логарифма рыночного потенциала городов, по данным переписи населения России 2002 и 2010 гг.

Как видно из расчетов, коэффициент, отражающий рыночный потенциал, значим на 5%-ном уровне. Уравнение в целом значимо, однако коэффициент детерминации равен 0,16, что отражает нелинейность и неравномерность данных по территории.

При введении переменных рыночный потенциал в квадрате, в кубе и т.п. обнаружено, что коэффициенты при этих переменных также значимы и коэффициент детерминации повышается до 0,23, уравнение в целом также оказалось значимым.

Уравнения регрессии, построенные для разных регионов, дают различные оценки, и если в дальнейшем дробить территорию на края, федеральные округа и области, можно получить набор уравнений, которые не учитывают влияния соседей и городов друг на друга. Коэффициенты локальных уравнений будут резко и скачкообразно меняться по регионам, а регрессия по данным для всей России даст усредненный результат, не отражающий территориальной привязки.

Для того чтобы учесть характер каждого региона России, проанализировать данные территориально распространенных явлений, необходимо использовать модель с непрерывно меняющейся структурой. Построить такие модели позволяет метод географически взвешенной регрессии [3, 4].

#### Метод исследования

Метод географически взвешенной регрессии позволяет анализировать данные территориально-распространенных явлений и получать модель с непрерывно меняющейся структурой [3–5].

Модель географически взвешенной регрессии имеет вид:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_k \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i,$$

где переменная  $(u_i, v_i)$  представляет координаты точки  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $y_i$  – значение наблюдаемой зависимой переменной,  $x_{i1}, \dots, x_{ip}$  – независимые переменные (регрессоры),  $k = \overline{1, p}$ ,  $p$  – число регрессоров,  $\beta_k(u_i, v_i)$  – оцениваемые параметры модели,  $k = \overline{0, p}$ ,  $\varepsilon_i$  – случайная ошибка.

Для вычисления оценок коэффициентов местоположения  $i$  используется метод наименьших квадратов. Для выявления местных особенностей используются соседние с  $i$  наблюдения. Предполагается, что регрессионные модели для соседних точек схожи, но могут варьироваться по территории. Степень близости учитывается с помощью весов  $\{w_{ij}\}$ .

Для каждого местоположения  $i$  вектор оценок коэффициентов вычисляется следующим образом (запись в матричной форме):



$$\widehat{B}(u_i, v_i) = (X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i) Y,$$

где  $W(u_i, v_i)$  – диагональная матрица весовых коэффициентов размерности  $n \times n$ ,  $\widehat{B}(u_i, v_i)$  – вектор оценок коэффициентов модели  $i = \overline{1, n}$ ,  $X$  – матрица независимых переменных размерности  $n \times p$ .

Элемент матрицы  $W(u_i, v_i)$  определяет степень влияния соседей  $j$  на зависимости в местоположении  $i$ . Матрица весовых коэффициентов вычисляется для каждого местоположения.

Так как расчеты коэффициентов проводятся для всех измерений, то в результате получают матрицу оценок параметров:

$$\widehat{B} = \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0(u_1, v_1) & \widehat{\beta}_1(u_1, v_1) & \dots & \widehat{\beta}_p(u_1, v_1) \\ \widehat{\beta}_0(u_2, v_2) & \widehat{\beta}_1(u_2, v_2) & \dots & \widehat{\beta}_p(u_2, v_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \widehat{\beta}_0(u_n, v_n) & \widehat{\beta}_1(u_n, v_n) & \dots & \widehat{\beta}_p(u_n, v_n) \end{bmatrix},$$

где  $i$ -ая строка представляет собой вектор оценок коэффициентов в точке  $(u_i, v_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Наиболее употребляемые методы вычисления весов  $W$ : административно-территориальное деление, метод движущегося окна, фиксированные и адаптивные ядра.

Если исследуемая территория разделена на районы по административному принципу, то это учитывается в весовых коэффициентах следующим образом:

$$w_{ij} = 1, \text{ если } (i, j) \in A;$$

$$w_{ij} = 0, \text{ если } (i, j) \notin A.$$

Если административные районы не отражают вариацию объектов, то веса определяются методом движущегося фиксированного окна. Вес принимают равным единице, если расстояние  $d_{ij}$  между объектами  $i$  и  $j$  не превосходит заданной ширины окна  $b$ , и равным нулю в противном случае:

$$w_{ij} = 1, \text{ если } d_{ij} < b;$$

$$w_{ij} = 0, \text{ если } d_{ij} \geq b.$$

Подход, в котором веса строятся с учетом непрерывного изменения расстояния между исследуемыми объектами, называют ядерным, веса – ядрами, являющимися убывающими функциями расстояния. В основу положено предположение, что близким соседям придают больший вес, чем дальним. Часто используют ядра Гаусса:

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right),$$

где  $b$  – фиксированная ширина окна или полосы пропускания,  $\alpha$  – масштабный коэффициент. В местоположении  $i$  вес равен единице, а при

удалении объектов исследования от него быстро уменьшается.

Для вычисления весовой матрицы используют также ядро би-квадрат:

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right)^2, & \text{если } d_{ij} < b \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Ядро би-квадрат и три-куб обеспечивает непрерывное изменение веса в пределах ширины окна и ноль за ее границей.

Выбирая для расчетов метод фиксированных ядер, можно столкнуться, с одной стороны, с проблемой недостатка данных в выборке  $n$  и, как следствие, получением незначимых оценок коэффициентов, а с другой стороны – с избыточным количеством информации. Такая ситуация разрешается с помощью использования адаптивных ядер [6, 7].

### Обсуждение результатов

Для нивелирования скачкообразности оценок локальных эконометрических моделей методом географически взвешенной регрессии построена модель зависимости темпов роста городов по численности населения:

$$\ln(\text{grow}) = -0,73 + 0,025 \ln(\text{pop02}) - 0,36 \ln(\text{market}).$$

(0,053) (0,0023) (0,004) (1)

Как видно из величин стандартных ошибок, все коэффициенты значимы на 5%-ном уровне. По данным регрессии, для всех городов России географический рыночный потенциал отрицательно влияет на рост городов.

Построена диаграмма рассеивания по результатам географически взвешенной регрессии. На рис. 3 отображен логарифм рыночного потенциала для городов России. Высота точек в левой части рисунка представляет Европейскую часть России, правая – часть Сибири и Дальнего Востока. Как видно, для разных регионов России географический рыночный потенциал по-разному влияет на рост городов. Так, рыночный потенциал практически одинаков для Европейской части России – он характеризуется одинаковой высотой точек, причем значения его отрицательны. Лишь для г. Москвы и ближайших к ней городов он положителен и высота точек превосходит среднюю. Для городов Сибири и Поволжья значения географического рыночного потенциала принимают отрицательные значения, как в случае глобального уравнения регрессии (1). Наиболее низки значения этой переменной для городов юга России и Кавказа.

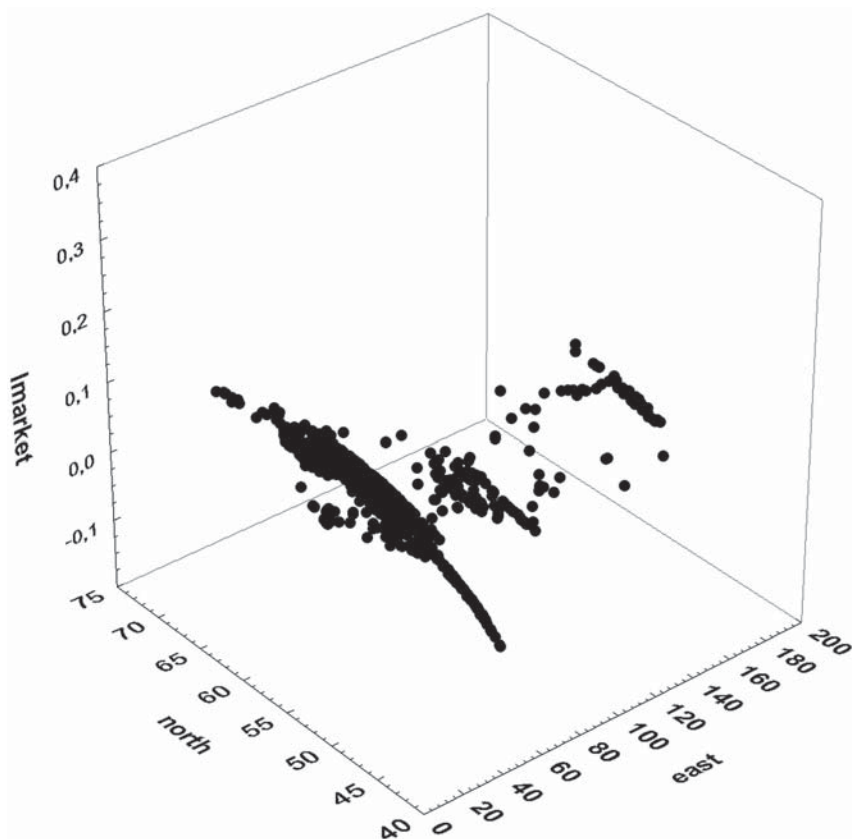


Рис. 3. Вариация значений коэффициента эластичности темпов роста по рыночному потенциалу городов России

На территории Сибири и Дальнего Востока точки разрежены, и существуют выбросы для городов Дальнего Востока, близких к океану и границе.

Таким образом, обнаружено, что рост численности населения городов России различен и зависит от их размеров и близости малых городов к крупным административным центрам. Средние города практически не увеличиваются, зато в столицах и крупных городах с населением более 1 млн жителей численность населения растет. Наблюдается агломерация городов. В малых городах, отдаленных от административных центров, население сокращается.

Рост численности населения городов неравномерен по территории России. Для Европейской части важным фактором, влияющим на темп роста численности населения, является близость малых городов к крупным городам и столицам. Для районов Сибири и Дальнего Востока из-за больших территорий плотность расселения не имеет такого значения и не оказывает влияния на рост численности населения городов.

Чтобы учесть плотность расположения городов России, использовался показатель географического рыночного потенциала  $S_{oo}$ , ко-

торый позволил обнаружить влияние близости крупных центров и столиц на рост численности населения городов.

Классический метод регрессионного анализа не позволяет уловить региональные особенности России. Локальные регрессии не используют все данные для России в целом. Например, на рост численности населения городов Сибири, безусловно, оказывает влияние г. Москва, но отдельные локальные регрессии для Европейской части и Сибири не отражают этого факта.

Для учета пространственной неоднородности к анализу темпов роста численности населения России применен метод географически взвешенной регрессии, который позволил получить вариацию оценок коэффициентов при логарифме географического рыночного потенциала по всей территории России.

#### Список литературы

1. *Anselin L.* Spatial Econometrics : Methods and Models. Dordrecht : Kluwer Academic, 1988. 278 p.
2. *Anselin L., Florax R., Rey S.* Advances in Spatial Econometrics. Methodology, Tools and Applications. Berlin : Springer-Verlag, 2004. 515 p.



- Cleveland W. S., Devlin S. J. Locally Weighted Regression : An Approach to Regression Analysis by Local Fitting // *Journal of the American Statistical Association*. 1988. Vol. 83, № 403. P. 596–610.
- Fotheringham A. S., Brunson C., Charlton M. Geographically weighted regression the analysis of spatially varying relationships. University of Newcastle, UK, John Wiley & Sons Ltd, 2002. 269 p.
- Soo K. T. Zipf's Law for cities : A cross-country investigation // *Regional Science and Urban Economics*. 2005. Vol. 35, iss. 3. P. 239–263.
- Балаш В. А., Балаш О. С., Харламов А. В. Эконометрический анализ геокодированных данных о ценах на жилую недвижимость // *Прикладная эконометрика*. 2011. № 2(22). С. 62–77.
- Fotheringham A. S., Pitts T. C. Directional variation in distance-decay // *Environment and Planning, A*. 1995. № 27. P. 715–729.

## Spatial Modeling of Population Growth Rate of Russian Cities

### O. S. Balash

Saratov State University,  
83, Astrakhanskaya, Saratov, 410012, Russia  
E-mail: olgabalash@mail.ru

**Introduction.** The study of urbanization, agglomeration and growth of cities in Russia is very important. However, for spatially distributed data classical methods of regression analysis can give incorrect results and conclusions, so spatially inhomogeneous data necessary to apply special methods of analysis. **Preliminary analysis.** Group held cities in terms of population and analyzed the dynamics of population growth of cities in Russia, depending on their size and region (European part of Russia and Siberia and the Far East). The graphs of the dynamics of urban growth rates in population depending on the size of cities and regions. Revealed that the growth rate of urban population are not the same regions of Russia. A model proposed by Soo, with the inclusion of indicators of geographic market potential. Are graphs demonstrating the dependence of urban growth on the geographic market potential. Econometric analysis conducted logarithms urban growth in population in 2010 compared with 2002 is shown that spatial data, to account for all factors that influence the development of cities, it is necessary to use special methods of regression analysis. **Method of investigation.** For statistical analysis of data with spatial reference method used geographically weighted regression. Provides detailed mathematical description of the method of geographically weighted regression. Understand methods of constructing a matrix of weights, weight computation: administrative-territorial division, moving windows, fixed and adaptive kernels. When using the moving window Gaussian kernel addresses, bi-square and tri-cube. **Discussion of results.** A regression model of the market potential of Russian cities by geographically weighted regression. Scatterplot shows the logarithm of the predicted market potential based on constructed geographically weighted regression.

**Key words:** spatial data analysis, method of geographically weighted regression, weighting matrix, adaptive kernel, matrix neighbors, kernel Gaussian, kernel bi-square, kernel tri-cube, method of moving windows, geographic market potential.

## References

- Anselin L. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Dordrecht, Kluwer Academic, 1988. 278 p.
- Anselin L., Florax R., Rey S. *Advances in Spatial Econometrics. Methodology, Tools and Applications*. Berlin, Springer-Verlag, 2004. 515 p.
- Cleveland W. S., Devlin S. J. Locally Weighted Regression: An Approach to Regression Analysis by Local Fitting. *Journal of the American Statistical Association*, 1988, vol. 83, no. 403, pp. 596–610.
- Fotheringham A. S., Brunson C., Charlton M. *Geographically weighted regression the analysis of spatially varying relationships*. University of Newcastle, UK, John Wiley & Sons Ltd, 2002. 269 p.
- Soo K. T. Zipf's Law for cities: A cross-country investigation. *Regional Science and Urban Economics*. 2005, 35(3), pp. 239–263.
- Balas O., Balash V., Harlamov A. Эконометрический анализ геокодированных данных о ценах на жилую недвижимость [A spatial econometric analysis of the housing market]. *Прикладная эконометрика* [Applied Econometrics], 2011, no. 2(22), pp. 62–77 (in Russian).
- Fotheringham A. S., Pitts T. C. Directional variation in distance-decay. *Environment and Planning, A*, 1995, no. 27, pp. 715–729.