



УДК 330.43

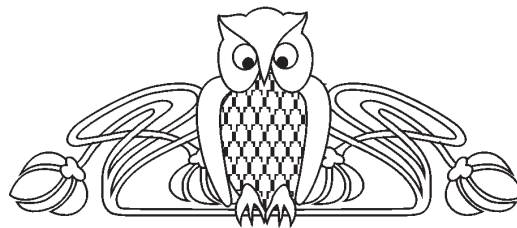
СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СРОЧНОЙ СТРУКТУРЫ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

В. А. Балаш

доктор экономических наук,
профессор кафедры математической экономики,
Саратовский государственный университет
E-mail: vladimirbalash@yandex.ru

А. И. Малинский

аспирант кафедры математической экономики,
Саратовский государственный университет
E-mail: leshkamal@yandex.ru



Введение. Прогнозирование срочной структуры процентных ставок является достаточно сложной задачей. Опыт показывает, что лишь немногие из предложенных в литературе моделей позволяют обеспечить существенно лучшую точность прогнозирования, чем простое случайное блуждание. Данная работа посвящена сравнению точности результатов прогнозирования срочной структуры процентных ставок для различных спецификаций эконометрических моделей, по российским данным за 2004–2014 гг. **Модели.** Для прогнозирования использовались следующие варианты формулировки эконометрических моделей: случайное блуждание, авторегрессия, авторегрессия главных компонент, обобщенные динамические модели Диболда – Ли. **Результаты.** Сравнение по данным российского рынка государственных облигаций за период 2004–2014 гг. показало, что модели авторегрессии лучше подходят для прогнозирования краткосрочных ставок, однако динамическая спецификация модели Диболда – Ли дает более точные прогнозы для среднесрочных и долгосрочных ставок.

Ключевые слова: срочная структура процентных ставок, модель Нельсона – Сигеля, факторная модель, модель Диболда – Ли.

Введение

Предсказание кривой доходности представляет значительный интерес для макроэкономического прогнозирования, финансового планирования и управления портфелем ценных бумаг с фиксированной доходностью. Эконометрическое моделирование и прогнозирование временной структуры процентных ставок является достаточно сложной задачей. С одной стороны, долгосрочные процентные ставки усредняют риски изменения краткосрочных процентных ставок в будущем, поэтому доходности на разные сроки их движения во времени тесно взаимосвязаны. С другой стороны, реакция краткосрочных и долгосрочных процентных ставок на шоки, вызванные событиями в мировой или национальной экономике, существенно различается. Можно сказать, что на текущий уровень процентных ставок влияет все многообразие экономических и политических

факторов. Кроме того, существенное воздействие на текущий уровень краткосрочных ставок оказывает политика Центрального Банка.

В последние десятилетия был достигнут существенный прогресс в разработке математических и эконометрических моделей временной структуры доходностей. Наиболее популярным является подход к моделированию структуры процентных ставок, основанный на предположениях об отсутствии арбитражных возможностей и зависимости движения доходностей от небольшого числа скрытых, ненаблюдаемых факторов. Данный подход берет начало с работ Васичека, Кокса – Ингеррсола – Росса [1, 2]. В афинных моделях тем или иным образом задается скорость реакции отклонений процентных ставок от равновесного уровня во времени и по срокам с учетом ограничений на отсутствие арбитражных возможностей. Афинные модели достаточно точно описывают наблюдаемый уровень процентных ставок в текущем периоде. В современных исследованиях модели расширяются за счет большего числа факторов, в том числе прямого включения макроэкономических факторов.

Отметим, что, хотя оценка движения кривой доходности во времени весьма не проста, прогнозирование будущего уровня процентных ставок является еще более сложной проблемой. Статистические тесты показывают, что временные ряды уровня процентных ставок часто должны рассматриваться как нестационарные. Поэтому большинство моделей не показывает существенно лучшей точности прогнозирования, чем простое случайное блуждание. Лишь в последние десятилетия появились работы, в которых указывается на существенное улучшение предсказательной силы используемых их авторами моделей по сравнению со случайным блужданием. Так, Duffee (2002) показал, что



более гибкая по сравнению со стандартной спецификацией афинной модели позволяет получить результаты, существенно превосходящие точность прогноза модели случайного блуждания [3]. Diebold and Li (2006) и Christensen, Diebold and Rudebush (2009) продемонстрировали, что динамическая спецификация модели Нельсона – Сигеля позволяет улучшить качество прогноза [4, 5]. Большинство работ выполнено по данным США, Великобритании и странам Европейского Союза.

В данной статье мы сравниваем предсказательную силу некоторых из предложенных моделей, по российским данным.

Модели

Обозначим $r_t(\tau)$ совокупность бескупонных доходностей для различных сроков τ в момент

t ; будем рассматривать задачу прогнозирования кривой бескупонной доходности $r_{t+h}(\tau)$ на момент времени $t+h$.

Для калибровки параметров моделей и оценки точности прогноза мы использовали данные о срочной структуре процентных ставок российского рынка ГКО-ОФЗ за период с 1 января 2004 г. по 1 августа 2014 г. (источник: <http://www.cbr.ru/GCurve/Curve.asp>). Мы использовали данные об уровнях процентных ставок на сроки от 1 года до 30 лет ($r_t(\tau), \tau = 1, 2, \dots, 30$). Данные за январь 2004 г. – декабрь 2012 г. использовались для оценивания параметров моделей, а за период январь 2013 г. – август 2014 г. – для определения ошибок прогноза.

На рис. 1 представлены графики изменения бескупонных доходностей на срок 1 год, 5 лет и 10 лет.

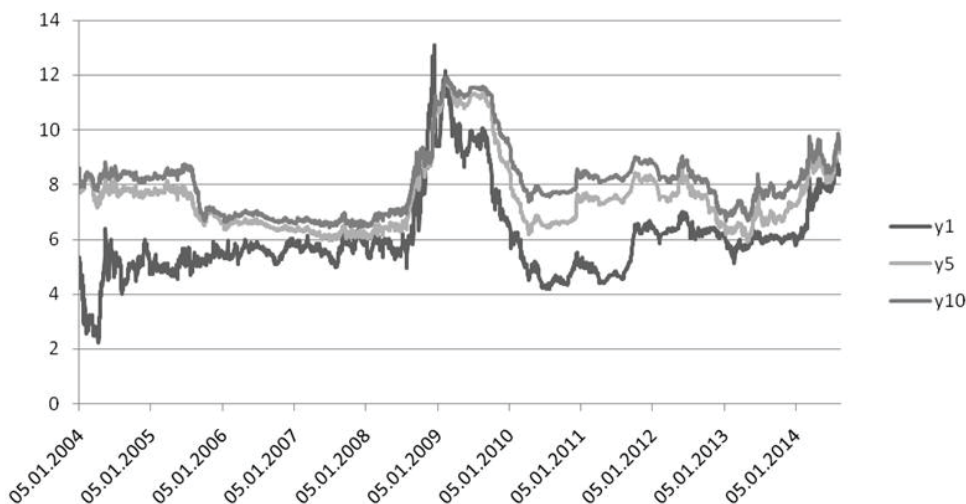


Рис. 1. Бескупонные доходности ГКО-ОФЗ сроком до погашения 1, 5 и 10 лет

В рассматриваемом периоде краткосрочные ставки были, как правило, ниже среднесрочных и долгосрочных, при этом краткосрочные ставки более волатильны. Колебания уровня процентных ставок происходило достаточно синхронно, но корреляционная связь была выше между ставками с более близкими, чем дальними сроками (табл. 1, 2).

Таблица 1

Выборочные характеристики бескупонных доходностей за 2004–2014 гг.

Срок, лет	Среднее значение	Стандартное отклонение
1	6.02	1.53
3	7.2	1.55
5	7.51	1.32
7	7.81	1.29
10	8.07	1.27

Таблица 2

Матрица коэффициентов корреляции между процентными ставками на разные сроки

Срок, лет	1	3	5	7	10
1	1	0.89	0.76	0.73	0.70
3	0.89	1	0.96	0.94	0.92
5	0.76	0.96	1	0.96	0.98
7	0.73	0.94	0.96	1	0.99
10	0.70	0.92	0.98	0.99	1

Использование метода главных компонент позволяет утверждать, что для объяснения всей кривой доходности достаточно трех факторов, которые объясняют 99% общей дисперсии. Это хорошо согласуется с результатами, полученными для других стран и периодов [6]. Первый фактор обычно интерпретируют как общий уро-



вень процентных ставок, второй – как наклон, третий – кривизну кривой доходности. На рис. 2

представлены изменения значения первых трех главных компонент во времени.

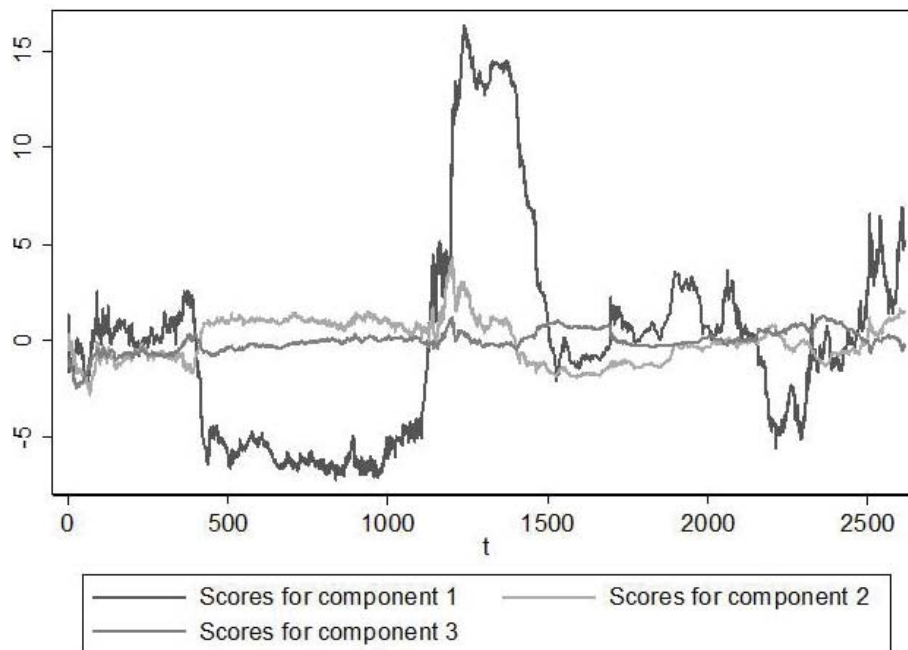


Рис. 2. Динамика значений факторов, полученных методом главных компонент

Для сравнения точности прогнозов мы использовали следующие варианты эконометрических моделей:

– случайное блуждание RW:

$$\bar{r}_{t+h/t}(\tau) = r_t(\tau);$$

– авторегрессия AR(1):

$$\bar{r}_{t+h/t}(\tau) = a(\tau) + b(\tau)r_t(\tau);$$

– регрессия на AR(1) прогноз главных компонент:

$$\bar{r}_{t+h/t}(\tau) = \gamma_0(\tau) + \gamma_1(\tau)\bar{x}_{1t+h/t} + \gamma_2(\tau)\bar{x}_{2t+h/t} + \gamma_3(\tau)\bar{x}_{3t+h/t},$$

$$\bar{x}_{i,t+h/t} = a(\tau) + \beta(\tau)x_{i,t};$$

– прогнозирование параметров моделей кривой доходности на основании обобщенных динамических моделей Нельсона – Сигеля, Свенсона, g-кривой и т.д.

Модель Нельсона – Сигеля [7] предполагает, что кривая форвардных процентных ставок описывается зависимостью вида

$$f_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda_t\tau} + \beta_{3t}\lambda_t e^{-\lambda_t\tau}.$$

Соответствующая кривая доходностей имеет вид

$$r_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau}\right) + \beta_{3t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda_t\tau}\right).$$

Параметры данной зависимости имеют ясную интерпретацию:

λ_t – задает наклон кривой. При малых значениях λ_t лучше описываются долгосрочные ставки, при высоких – краткосрочные;

β_{1t} – может рассматриваться как долгосрочный уровень процентных ставок;

β_{2t} – соответствует краткосрочному фактору;

β_{3t} – соответствует среднесрочному фактору.

В работах [5, 8] рассмотрены различные варианты оценивания динамической спецификации модели Нельсона – Сигеля. Прогнозирование по модели включает следующие этапы:

1) оценка параметров N-S модели ($\beta_1, \beta_2, \beta_3, \lambda$) за каждый период времени отдельно;

2) прогноз параметров ($\beta_1, \beta_2, \beta_3, \lambda$);

3) восстановление прогнозной кривой доходности модели Диболда – Ли:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{t+h/t}(\tau) = & \hat{\beta}_{1,t+h/t} + \hat{\beta}_{2,t+h/t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau}\right) + \\ & + \hat{\beta}_{3,t+h/t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda_t\tau}\right). \end{aligned}$$

Отметим, что на шаге 2 в модель могут включаться дополнительные, например макроэкономические, переменные.



Результаты

Ошибки прогноза для моделей случайного блуждания, авторегрессии, регрессии на прогноз главных компонент приведены в табл. 3. Также здесь представлены результаты, полученные для модели Диболда – Ли.

Для оценки параметров модели D-L мы использовали двухшаговую процедуру. На первом шаге оценивалось значение параметра λ_t . После рассмотрения различных спецификаций в качестве итоговой была выбрана модель авторегрессии второго порядка: $\lambda_t = 1.64 + 1.12\lambda_{t-1} - 0.24\lambda_{t-2}$. Далее при полученном значении λ_t оценивались авторегрессионные модели для параметров $\beta_1, \beta_2, \beta_3$. Мы получили следующие авторегрессионные зависимости:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{1t} &= 8.68 + 1.11\beta_{1t-1} - 0.16\beta_{1t-2}, \\ \hat{\beta}_{2t} &= -4.77 + 0.36\beta_{2t-1} + 0.23\beta_{2t-2}, \\ \hat{\beta}_{3t} &= -1.58 + 0.13\beta_{3t-1} + 0.16\beta_{3t-2}. \end{aligned}$$

Затем рассчитывались прогноз $\hat{r}_{t+h/t}(\tau)$, абсолютная и относительная ошибка прогноза. На рис. 3 приведены графики фактических и прогнозных значений бескупонных доходностей для сроков 3 и 10 лет для модели Диболда – Ли.

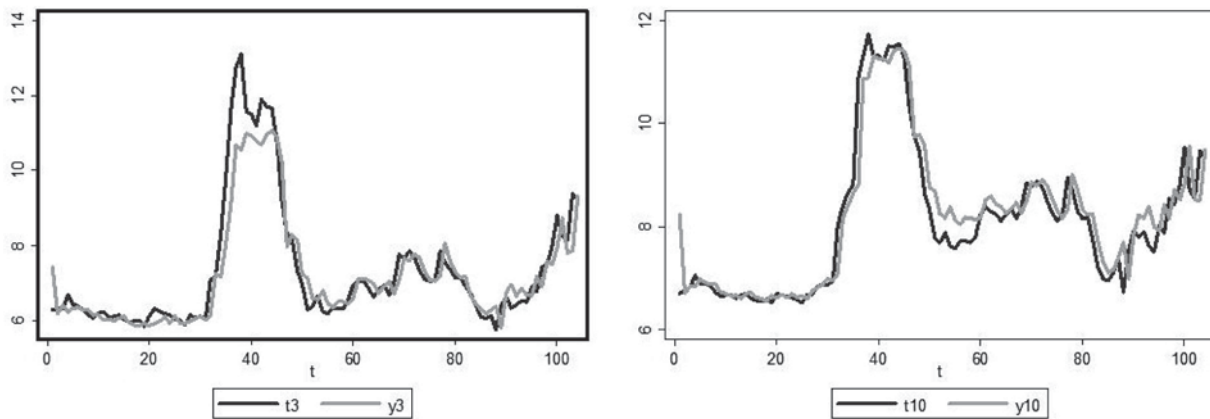


Рис. 3. Наблюдаемые и прогнозные доходности для сроков до погашения 3 и 10 лет, $h = 1$ месяц

Таким образом, для контрольной выборки модели авторегрессии показали лучшую точность при прогнозировании краткосрочных ставок, однако использование динамической спецификации обобщенной модели Нельсона – Сигеля позволило получить меньшую ошибку прогноза для среднесрочных и долгосрочных ставок.

Наряду с оценкой точности прогнозирования, существенный интерес представляет вопрос о том, учет каких макроэкономических факторов позволяет улучшить точность про-

гнозирования. Мы рассматривали следующие макроэкономические факторы: реальный эффективный валютный курс (REER), темпы роста ВВП, экспорта, импорта и ряд других с лагами от 1 до 3 месяцев. Для моделирования мы применяли модель векторной авторегрессии первого порядка. Макроэкономические факторы включались в модель в качестве эндогенных переменных. В результате исключения незначимых переменных мы получили модель, значения параметров которой приведены в табл. 4.

В табл. 3 представлены полученные нами оценки точности прогноза на один месяц вперед.
Таблица 3
Ошибки прогноза для $h = 1$ месяц

Модель	Среднее	Стандартная ошибка
1 год		
Случайное блуждание	0.110	0.414
Главные компоненты	0.091	0.460
Авторегрессия	0.164	0.419
D-L модель	0.257	0.555
5 лет		
Случайное блуждание	0.135	0.567
Главные компоненты	0.097	0.561
Авторегрессия	0.081	0.496
D-L модель	0.039	0.632
10 лет		
Случайное блуждание	0.117	0.472
Главные компоненты	0.097	0.561
Авторегрессия	0.082	0.531
D-L модель	-0.010	0.548



Таблица 4

Модель векторной авторегрессии для параметров Диболда – Ли

Зависимая переменная	Объясняющие переменные	Коэффициенты	Стандартные ошибки	z-статистики
b1				
	b1(-1)	0.94	0.04	24.64
	b2(-1)	0.00	0.02	-0.01
	b3(-1)	0.07	0.02	3.00
	ln(REER(-1))	5.70	1.19	4.78
	ln(export(-3))	0.27	0.12	2.29
b2				
	b1(-1)	-0.59	0.18	-3.31
	b2(-1)	0.46	0.09	5.01
	b3(-1)	-0.48	0.11	-4.22
	ln(REER(-1))	-18.27	5.63	-3.25
	ln(export(-3))	0.47	0.56	0.84
b3				
	b1(-1)	0.04	0.12	0.35
	b2(-1)	-0.02	0.06	-0.36
	b3(-1)	0.65	0.08	8.64
	ln(REER(-1))	2.74	3.70	0.74
	ln(export(-3))	-0.56	0.37	-1.52

Таким образом, на параметры кривой доходности наибольшее влияние оказывает эффективный валютный курс с лагом 1 месяц, а также экспорт с лагом 1 квартал.

Прогнозирование срочной структуры процентных ставок, складывающихся на российском рынке ГКО-ОФЗ, может осуществляться на основе авторегрессионных, факторных и динамических моделей. Сравнение точности прогнозов, полученных на основе альтернативных моделей, показало, что модели авторегрессии лучше подходят для прогнозирования краткосрочных ставок, однако динамическая спецификация модели Диболда – Ли дает более точные прогнозы для среднесрочных и долгосрочных ставок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00175).

Список литературы

1. *Vasicek O. A.* An Equilibrium Characterization of the Term Structure // *Journal of Financial Economics*. 1977. № 5. P. 177–188.
2. *Cox J., Ingersoll J. E., Ross S. A.* A Theory of the Term Structure of Interest Rates // *Econometrics*. 1985. Vol. 53. P. 385–407.
3. *Duffee G. R.* Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models // *Journal of Finance*. 2002. № 5. P. 405–443.
4. *Christensen J. H. E., Diebold F. X., Rudebusch G. D.* The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson – Siegel Term Structure Models // *Journal of Econometrics*. 2011. Vol. 164. P. 4–20.
5. *Diebold F. X., Li C.* Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields // *Journal of Econometrics*. 2006. Vol. 130. P. 337–364.
6. *Monch, E.* Forecasting the Yield Curve in a Data-Rich Environment : A No-Arbitrage Factor-Augmented VAR Approach // *Journal of Econometrics*. 2008. Vol. 146. P. 24–43.
7. *Nelson C. R., Siegel A. F.* Parsimonious modeling of yield curve // *Journal of Business*. 1987. Vol. 60. P. 473–489.
8. *Koopman S. J., Wel M. van der.* Forecasting the US term structure of interest rates using a macroeconomic smooth dynamic factor model // *International Journal of Forecasting*. October–December 2013. Vol. 29, iss. 4. P. 676–694.



Comparison of Accuracy between Different Methods of Forecasting the Term Structure of Interest Rates

V. A. Balash

Saratov State University,
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia
E-mail: vladimirbalash@yandex.ru

A. I. Malinskiy

Saratov State University,
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia
E-mail: leshkamal@yandex.ru

Introduction. Forecasting the term structure of interest rates is considered to be the complex problem. The experience shows that just a few models from the proposed in science literature provide us with much better accuracy in forecasting than random walk. This paper is devoted to the comparison of forecasting results' accuracy for the different specifications of econometric models using Russian data for 2004–2014 years. **Models.** We use the next econometric models for the forecasting: random walk, autoregressive model, factor model, Diebold-Li model. **Results.** Comparison on the Russian government bond market data for 2004–2014 years shows us that autoregressive models are better for the short-term rates' forecasting, but the dynamic Diebold-Li model gives better accuracy for the mid-term and long-term rates' forecasting. **Key words:** term structure of interest rates, Nelson – Siegel model, factor model, Diebold – Li model.

The work was supported by the Russian Fund of Basic Research (project № 13-010-0175).

References

1. Vasicek O. A. An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics*, 1977, no. 5, pp. 177–188.
2. Cox J., Ingersoll J. E., Ross S. A. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrics*, 1985, vol. 53, pp. 385–407.
3. Duffee G. R. Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models. *Journal of Finance*, 2002, no. 5, pp. 405–443.
4. Christensen J. H. E., Diebold F. X., Rudebusch G. D. The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson – Siegel Term Structure Models. *Journal of Econometrics*, 2011, vol. 164, pp. 4–20.
5. Diebold F. X., Li C. Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields. *Journal of Econometrics*, 2006, vol. 130, pp. 337–364.
6. Monch E. Forecasting the Yield Curve in a Data-Rich Environment: A No-Arbitrage Factor-Augmented VAR Approach. *Journal of Econometrics*, 2008, vol. 146, pp. 24–43.
7. Nelson C. R., Siegel A. F. Parsimonious modeling of yield curve. *Journal of Business*, 1987, vol. 60, pp. 473–489.
8. Koopman S. J., Wel M. van der. Forecasting the US term structure of interest rates using a macroeconomic smooth dynamic factor model. *International Journal of Forecasting*, October–December 2013, vol. 29, iss. 4, pp. 676–694.