



only for product shots were defined. **Methodology of the study.** Samples were taken at different sites and with different terrain surfaces. Samples were collected only in a solid form. Collection sites related to the frequency of finding the people around them and the probability of detection of substances similar shot products. The study was conducted by electron microscopy. **Experimental part.** Morphology images and chemical elemental composition of collected samples were obtained. It was found possible to detect product shots by: a) the difference in the qualitative composition of chemical elements shot and ambient background; b) in the absence of background particles from a circular shape having a certain size and the elemental composition of the characteristic shot. **Discussion of the results.** There was a dependence of the content of the background space Sampling. In this regard, the necessity of withdrawal of samples for studies not only the

scene, but also environmental accident situation. Appearance and chemical composition of the particles typical for shot products were determined.

**Key words:** particle product shots, analysis of traces of product shots, product shots.

## References

1. Fedorenko V. A., Zaharevich A. M., Bilenko D. I., Venig S. B., Gvozdkova L. S. Issledovanie produktov dal'nego vystrela s pomosh'iu rastrovogo elektronnoho mikroskopa [Research of products of a distant shot by means of a scanning electronic microscope]. *Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Economics. Management. Law*, 2012, vol. 12, iss. 3, pp. 72–76.

УДК 343.98.065

## КОНЦЕПЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ УНИКАЛЬНОСТИ НАБОРОВ СОВПАДАЮЩИХ ТРАСС ВО ВТОРИЧНЫХ СЛЕДАХ НА ВЫСТРЕЛЕННЫХ ПУЛЯХ

### В. А. Федоренко

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией криминалистического материаловедения, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail: fed77@yandex

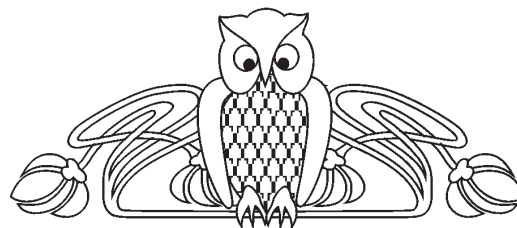
### О. А. Мыльцина

ассистент кафедры теории вероятностей, математической статистики и управления стохастическими процессами, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail:

**Введение.** Рассмотрена модель оценки вероятности случайного совмещения во вторичных следах наборов трасс. Целью исследования является разработка количественных критериев обоснования категорического положительного вывода о криминалистическом тождестве сравниваемых следов и, в частности, критериев формирования приоритетного списка по результатам автоматического поиска по массиву цифровых изображений следов. **Теоретическая часть.** Для моделирования использовались двумерные изображения следов полей нарезков. Получены формулы для оценки вероятности случайного совпадения трасс как без учета серий из подряд следующих трасс, так и с их учетом. **Экспериментальная часть.** По разработанным формулам проведены расчеты, показана зависимость вероятности события от числа трасс в сравниваемых следах, а также от серий из подряд совпадающих трасс. **Заключение.** Показана принципиальная возможность оценки вероятности случайного совмещения наборов трасс (степени уникальности комплексов совпадающих признаков) и ее использования на практике.

**Ключевые слова:** идентификация оружия, следы на пулях, цифровые изображения, условная вероятность, бинаризация изображений.

DOI: 10.18500/1994-2540-2016-16-2-209-213



## Введение

Оценка уникальности наборов совмещенных трасс в следах на пулях опирается на практический опыт эксперта и, по сути, является его субъективным решением. Отсутствие методики такой оценки создает проблемы для объективного обоснования категорических положительных выводов. Следствием этого является проблема корректного формирования приоритетного списка по результатам автоматического поиска, проведенного баллистическими идентификационными системами (АБИС).

В настоящее время количественными условиями обоснования криминалистического тождества являются критерии, предложенные А. Биазотти в методе «последовательно совпадающих трасс» (CMS), в дальнейшем развитом Дж. Мюрдоком, Б. Мораном и др. [1]. Суть данного метода заключается в подсчете числа серий с последовательно совпадающими трассами и числа трасс в каждой серии. В соответствии с данной методикой для обоснования категорического положительного вывода для двумерных изображений требуется серия не менее чем из 8 последовательно совпадающих трасс или двух



серий не менее чем по 5 последовательно совпадающих трасс в каждой (рис. 1). Однако данная методика имеет ряд недостатков. Во-первых, в ней не учитывается число трасс в сравниваемых

следах. Во-вторых, данные критерии являются излишне строгими и не всегда позволяют обосновать категорический положительный вывод даже в случаях, когда он очевиден для эксперта.

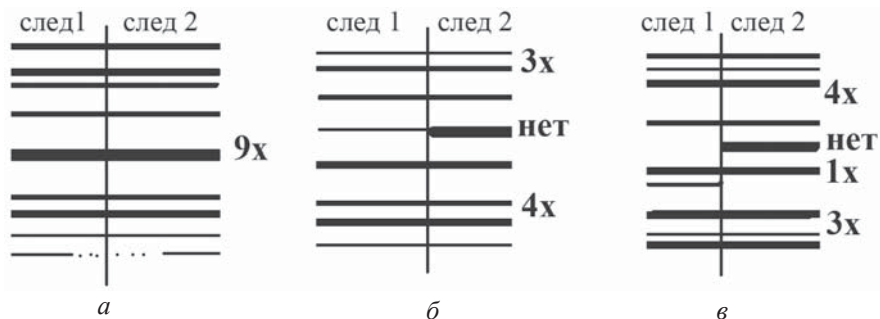


Рис. 1. Примеры серий из подряд совпадающих (совмещенных) трасс: а – серия из 9 совпадающих трасс; б – 2 серии из 3 и 4 совпадающих трасс; в – серии из 4 и 3 трасс

Задача расчета вероятности случайного совпадения в сравниваемых следах наборов трасс не имеет строго решения, так как существует множество неконтролируемых параметров, влияющих на процесс следообразования. Поэтому решение может быть найдено только в некоторой вероятной форме при ряде упрощающих предположений. Данная работа не претендует на всестороннее решение проблемы, но позволяет

обсудить один из подходов к ее решению. В статье рассматриваются только вторичные следы, образованные полями нарезов, которые имеют четко обозначенные границы в виде отпечатка холостой и боевой грани (рис. 2). Это позволяет достаточно точно определить границы сравниваемых следов, что существенно упрощает математическую модель оценки вероятности исследуемого события.



Рис. 2. Фрагмент вторичного следа на выстреленной пуле: а – общий вид вторичного следа (стрелкой отмечена ширина следа); б – нижняя часть вторичного следа с трассами, повернутыми на угол наклона поля нареза (увеличение порядка 70×)

Были сделаны следующие предположения и упрощения:

- 1) трассы в следах образованы случайными особенностями микрорельефа канала ствола, и поэтому их распределение по ширине вторичного следа носит случайный характер;
- 2) учитываются только светлые участки трасс (валики);
- 3) считается, что все трассы имеют одну ширину, равную среднему значению 20 мкм;
- 4) трассы во вторичном следе могут занимать только строго определенные позиции;

5) наборы совпадающих трасс двух сравниваемых следов будем считать уникальными, если вероятность их случайного совмещения не более  $10^{-6}$ .

Величина вероятности случайного совмещения не более  $10^{-6}$  определяется тем фактом, что количество экземпляров оружия одной модели редко превышает 1 млн (за исключением нескольких широко распространенных моделей). Проблема же последовательно изготовленных стволов оружия с так называемыми «подклассовыми» признаками (subclass attributers) здесь не учитывается [2].



**Теоретическая часть**

**Вероятностная модель вторичных следов.**

Сделанные предположения позволяют свести исследуемую проблему к решению стандартной задачи по теории вероятности. Каждый сравниваемый вторичный след можно представить в виде черного ящика, в котором располагается  $N$  шаров, пронумерованных от 1 до  $N$  (рис. 3). Из первого ящика случайным образом вынули  $N_1$  шаров (трасс), а из второго –  $N_2$  шаров (трасс). С помощью данной модели можно оценить: а) вероятность случайного совпадения  $n$  номеров без учета последовательности их выпадения (т.е. вероятность случайного совпадения  $n$  пар трасс, которые могут занимать любую позицию в следе); б) вероятность случайного совпадения серий из  $i$  последовательно следующих номеров при условии, что уже совпали  $n$  номеров (трасс).

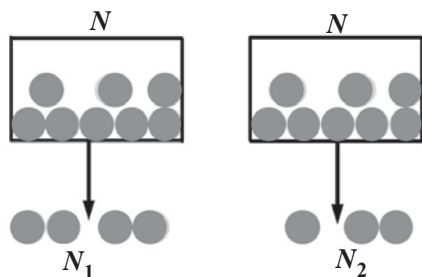


Рис. 3. Простейшая модель для оценки вероятности случайного совпадения набора трасс во вторичных следах

**Вероятность совпадения трасс без учета серий подряд совпадающих.** Вторичные следы на пулях можно представить в виде идеализированного штрих-кода. Пусть  $P_{1,2}$  – вероятность случайного совпадения  $n$  трасс в первом следе с трассами второго следа (при условии, что групповые признаки оружия, отобразившиеся в следах, совпали).

Как уже отмечалось, считается, что все штрихи кода (следа) имеют одну ширину. Тогда вероятность совпадения точно  $n$  номеров, следующих в произвольном порядке, будет определяться формулой (1):

$$P(A) = [C^n_{N_1} \cdot C^{N_2-n}_{N-N_1}] / C^{N_2}_N \quad (1)$$

Вероятность будет характеризоваться колоколообразной формой, что в нашем случае не имеет практического смысла, поскольку с увеличением числа совпадающих трасс при фиксированных значениях  $N_1, N_2$  вероятность должна уменьшаться.

Поэтому расчет вероятности совпадения будем проводить для  $n$  совпадающих номеров с учетом (суммированием) всех случаев, когда со-

впадений может быть и больше заданного числа пар  $n$  (т.е. равно  $n$  или больше). В этом случае вероятность определяется по формуле

$$P(A) = \sum_{i=n}^{\min(N_1, N_2)} [C^i_{N_1} \cdot C^{N_2-i}_{N-N_1}] / C^{N_2}_N \quad (2)$$

Здесь:  $\min(N_1, N_2)$  – меньшее значение из  $N_1$  и  $N_2$ ;  $i$  – текущее значение от номера  $n$  до  $\min(N_1, N_2)$ ;  $N-N_1$  – число позиций 1-го следа, на которые могут попасть непарные трассы второго следа;  $N_2-n$  – число непарных трасс второго следа. Тогда  $C^{N_2-i}_{N-N_1}$  – это число сочетаний непарных трасс 2-го следа по числу позиций, которые они могут занимать.  $C^n_{N_1}$  – число сочетаний по  $n$  из  $N_1$ ;  $C^{N_2}_N$  – число сочетаний по  $N_2$  из  $N$ .

Данная формула позволяет обеспечить следующее смысловое условие: если, например, оба следа содержат по  $N/2+m$  трасс, то вероятность совпадения  $2m$  трасс будет равна 1.

**Учет серий подряд совпадающих трасс.**

Учет серий из  $i$  подряд расположенных трасс при условии, что  $n$  трасс, расположенных в произвольном порядке, уже совпало, ведет к преобразованию формулы (2) в следующую (3):

$$P(A) = \left\{ \sum_{i=n}^{\min(N_1, N_2)} [C^i_{N_1} \cdot C^{N_2-i}_{N-N_1}] / C^{N_2}_N \right\} \cdot \prod_{k=1}^M \{ (n - j_k + 1) / C^k_n \} \cdot Q_M \quad (3)$$

где:  $j_k$  – число элементов в  $k$ -ой серии;  $M$  – число серий из подряд (без пропусков) повторяющихся трасс;  $Q_M$  – число возможных перестановок в каждой серии;  $\prod_{k=1}^M$  – произведение вероятностей выпадения каждой серии из подряд совпадающих трасс (число серий может быть от 1 до  $M$ ), так как формирование различных серий из подряд совпадающих трасс есть независимые друг от друга события. Понимается, что между совпадающими подряд парами нет пустых мест (разрывов).

**Экспериментальная часть**

**Расчеты вероятности без учета серий подряд совпадающих трасс.** Расчеты были проведены для модели следов, характерных для 9 мм пуль, выстреленных из оружия с 4 нарезами. На таких пулях следы имеют ширину порядка 2 мм и на них может быть четко дифференцируемо по 100 штрихов (трасс) со средней шириной 20 мкм.

На рис. 4 представлены вероятности события в зависимости от значения  $n$ , рассчитанные по формуле (2). Видно, что при большом числе трасс

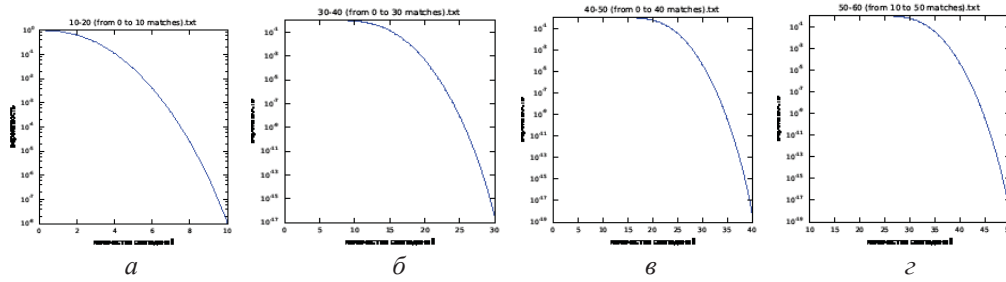


Рис. 4. Зависимости вероятности случайного совпадения наборов из  $n$  трасс:  $a$  – число трасс в сравниваемых следах 10 и 20;  $b$  – число трасс в сравниваемых следах 30 и 40;  $v$  – число трасс в сравниваемых следах 40 и 50;  $z$  – число трасс в сравниваемых следах 50 и 60

в каждом следе для обеспечения уникальности (малой вероятности случайного совмещения) наборов совпадающих идеализированных трасс (штрих-кодов) число парных трасс должно быть велико. Например, для обеспечения вероятности порядка  $10^{-6}$  необходимо совпадение не менее 70% трасс. Однако на практике часто бывает, что при совмещении 40–50% трасс от их общего числа у эксперта появляется уверенность в уникальности комплекса парных трасс. Обусловлено это тем, что среди совпадающих трасс присутствуют наборы из нескольких подряд расположенных парных трасс. Интуитивно эксперт повышает уровень уникальности серий подряд совпадающих трасс, поскольку они сформированы одним распределением неоднородностей рельефа канала ствола, а не единичной неоднородностью, например случайно попавшей в канал ствола песчинкой.

**Расчеты вероятности с учетом серий подряд совпадающих трасс.** Результаты расчетов для следов шириной 2 мм по второй части формулы (3) для каждой серии  $P_{jk} = (n - j_k + 1) / C_n^k$  показали, что чем больше число совпадающих номеров  $n$ , тем меньше вероятность случайного совпадения конкретных  $k$  номеров, следующих подряд. На рис. 5 представлены значения  $P_{jk} = \{(n - j_k + 1) / C_n^k\}$  для различных  $j_k$  ( $k = 2; 3; 4; 5; 6$ ) в зависимости от  $n$ . Проведенные расчеты позволяют сделать выводы:

- учет серий подряд совпадающих трасс дает возможность существенно уменьшить вероятность случайного совпадения, т.е. увеличить уникальность комплексов совпадающих признаков;
- увеличение  $n$  ведет к уменьшению множителя  $P_{jk}$ ;
- увеличение числа элементов в серии ведет к уменьшению соответствующего значения  $P_{jk}$ . Например, для 9 мм пуль ( $N = 100$ ) учет двух серий по пять парных трасс в каждой или одной серии из 8 последовательно расположенных трасс приведет к уменьшению вероятности, рассчитанной по формуле (2), в среднем на 6–7

порядков! Таким образом, можно резюмировать, что требования А. Биэотти действительно являются завышенными (по числу подряд совпадающих трасс) для абсолютного большинства вторичных следов.

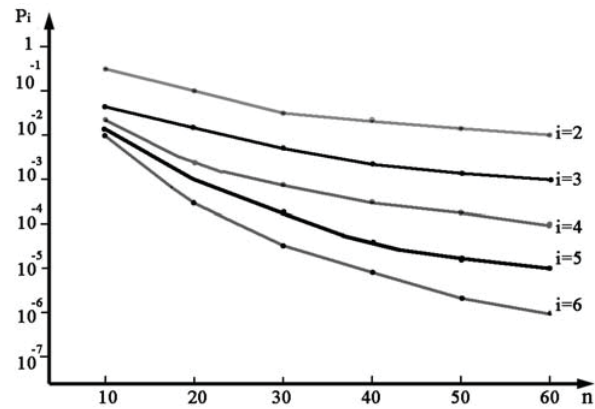


Рис. 5. Зависимость величины  $P_{jk}$  от числа совпадающих трасс в сравниваемых следах

Предложенная модель позволяет для любых двух сравниваемых следов по формуле (3) оценить уникальность наборов совпадающих трасс. Для этого необходимо: найти  $N$ , которое определяется, прежде всего, шириной следов полей нарезки; посчитать  $N_1, N_2, n$ , число серий  $j_k$  и число подряд совпадающих трасс в каждой серии. Если вероятность случайного совпадения данного набора трасс будет не более  $10^{-6}$ , то эксперт может обосновать категорический положительный вывод (криминалистическое тождество следов) при совпадении других условий (совпадение групповых признаков оружия, отобразившихся в следах, совмещение следов холостых и боевых граней сравниваемых следов). Однако следует отметить, что далеко не для всех парных следов формируются комплексы совпадающих признаков, обладающие уникальностью, достаточной для признания их криминалистически тождественными. Основной причиной этого является высокая вариатив-





ность следов. Поэтому предложенный метод позволяет обосновать только категорический положительный вывод (криминалистическое тождество сравниваемых следов).

Для проверки работоспособности методики были проведены исследования с заведомо парными и непарными следами с числом трасс в каждом следе от 35 до 55. Было отобрано

10 пар уверенно совпадающих следов (когда у эксперта не возникает сомнения в их парности), 10 заведомо непарных следов и 10 парных следов с малым числом совпадающих трасс. Расчеты показали, что вероятность случайного совпадения наборов трасс парных следов первой группы (рис. 6) лежала в диапазоне от  $10^{-7}$  до  $10^{-10}$ , вероятность случайного сов-

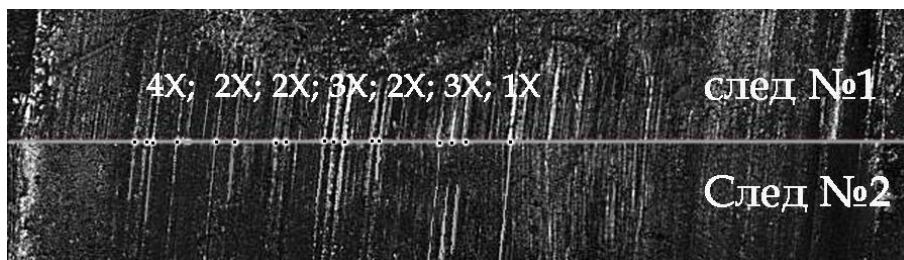


Рис. 6. Совмещенные следы с «короткими» сериями последовательно совпадающих трасс

мещения трасс заведомо непарных следов – в диапазоне 0.5–0.001, а вероятность для парных следов с малым числом совпадающих трасс – в диапазоне от  $10^{-2}$  до  $10^{-5}$ . В последних двух случаях наборы совпадающих трасс не обладали уникальностью, достаточной для формирования категорического положительного вывода.

### Заключение

По результатам проведенных исследований можно резюмировать следующее.

1. Показана принципиальная возможность оценки вероятности случайного совмещения наборов трасс (степени уникальности комплексов совпадающих признаков) и ее использования на практике.

2. Показано, что вероятность случайного совмещения набора трасс зависит от числа трасс в каждом следе, а также от числа серий, состоящих из подряд совпадающих трасс.

3. Уникальность наборов совпадающих трасс может быть обеспечена за счет присутствия «коротких» серий, менее 5 последовательно совпадающих трасс в каждой.

### Список литературы

1. Biasotti A. A Statistical Study of the Individual Characteristics of Fired Bullets // *Journal Forensic Sciences*. 1959. Jan. 4 (1). P. 34–50.
2. Gene C. Rivera. Subclass Characteristics in Smith & Wesson SW40VE Sigma Pistols // *AFTE Journal*. Summer 2007. Vol. 39, № 3. P. 247–254.

### The Concept of Mathematical Model of the Assessment of Uniqueness of Sets of Coinciding Routes in Secondary Traces on the Shot Bullets

V. A. Fedorenko

Saratov State University,  
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia  
E-mail: fed77@yandex.ru

O. A. Myltsyna

Saratov State University,  
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia  
E-mail: fed77@yandex.ru

**Introduction.** The model of an assessment of probability of casual combination of sets of routes in secondary traces is considered in article. Development of quantitative criteria of justification of a categorical positive conclusion about criminalistic identity of the compared traces, and also algorithm of formation in the automatic mode of the priority list is the purpose of the conducted research. **Theoretical part.** Two-dimensional images of traces of rifling fields used for the simulation. The formulas for estimating the probability of an accidental match of trails were obtained. **Experimental part.** Calculations performed on the developed formulas, the dependence of the probability of an event compared to the number of trails should be shown. **Conclusion.** The theoretical possibility of estimating the probability of a random alignment sets of trails (the degree of matching features unique complexes) and its use in practice is shown in this paper.

**Key words:** identification of weapons, traces on bullets, digital images, conditional probability, binarization of images.

### References

1. Biasotti A. A Statistical Study of the Individual Characteristics of Fired Bullets. *Journal Forensic Sciences*, 1959, Jan. 4 (1), pp. 34–50.
2. Gene C. Rivera. Subclass Characteristics in Smith & Wesson SW40VE Sigma Pistols. *AFTE Journal*, Summer 2007, vol. 39, no. 3, pp. 247–254.